**UMA APLICAÇÃO DA LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON EM CRIMINALÍSTICA**

LILIANE FEITOZA BISPO¹, ANY DE SOUSA CIARLO², JOSIMEIRE MAXIMIANO³

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática, IFSP Campus Araraquara, [lili1alves@msn.com](mailto:lili1alves@msn.com)

² Graduando em Licenciatura em Matemática, IFSP Campus Araraquara, [anyciarlo.ac@gmail.com](mailto:anyciarlo.ac@gmail.com)

³ Doutoranda em Engenharia Elétrica, EESC-USP São Carlos, josimeire@ifsp.edu.br

**Área de conhecimento**: Equações Diferenciais Ordinárias – 1.01.02.04-3

**RESUMO:** Este foi um trabalho de conclusão de disciplina Equações Diferenciais e Aplicações do curso de Licenciatura em Matemática e teve por objetivo utilizar a análise de modelo matemático através de uma aplicação de Equações Diferenciais Ordinárias em um problema fictício. Foi trabalhado a Lei do Resfriamento de Newton em uma situação problema da área criminalística, cujo modelo matemático é uma equação diferencial ordinária de 1ª ordem, como método matemático para busca e análise de respostas. Para visualização do comportamento da solução encontrada, foi utilizado o *software* GeoGebra. O tema para aplicação foi escolhido pensando em algo que chamasse atenção, por ser um assunto que muitas vezes surge como tema nos noticiários. Além disso, foi possível trabalhar a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Física, possibilitando um sentido mais prático aos conteúdos trabalhados em sala de aula.

**PALAVRAS-CHAVE**: EDO; Lei do Resfriamento de Newton; análise de modelo.

**INTRODUÇÃO**

Neste trabalho foi realizado uma análise de um problema fictício utilizando a Lei do Resfriamento de Newton, a qual é modelada através de uma EDO de 1ª ordem. A metodologia escolhida foi a análise de modelo matemático. Esta análise envolveu a formulação do problema, método de solução e também a representação gráfica, utilizando como recurso o *software* GeoGebra. Para a resolução de uma EDO há vários métodos matemáticos, porém para o modelo que apresentamos, utilizaremos o método da separação de variável, por questão de objetividade.

A aplicação na situação-problema envolve a área criminalística, abordando um caso de assassinato. Neste caso, a polícia precisará saber o instante da morte de um indivíduo, para poder prender os suspeitos. Recolhendo todas as informações necessárias sobre o caso e utilizando a teoria de Equações Diferencias, através o processo de resolução será possível obter informações sobre o momento em que ocorreu o óbito.

**FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Através de observações sistemáticas, Newton concluiu que a taxa de resfriamento de um corpo é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura do meio. Considerando a ideia de Boyce, quando ele afirma que:

*Muito dos princípios, ou leis, que regem o comportamento do mundo físico são proposições, ou relações, envolvendo a taxa segundo a qual as coisas acontecem. Expressas em linguagem matemática, as relações são equações e as taxas são derivadas. Equações contendo derivada são Equações Diferenciais*(BOYCE, 2012, p.1)

Através desta lei empírica criada por Newton, será apresentada neste trabalho uma aplicação em uma situação hipotética, mas que facilmente ocorre em nosso cotidiano, a qual será obtida uma solução fazendo uso de método de resolução de EDO de 1ª ordem, porém modelando a situação, ou seja, neste caso matematizaremos o problema. Mendes embasa claramente esse método de resolução quando descreve que:

*A modelagem matemática começa com um grande problema de ordem prática ou de natureza empírica e, depois, busca a Matemática que deveria ser utilizada para ajudar a resolver a situação problemática. É uma perspectiva de solucionar o problema referente à desconexão entre conhecimento, sociedade e escola, evitando a fragmentação dos objetos do saber nas diversas áreas do ensino.* MENDES ( 2009. p.83)

De acordo com a Lei de Newton de resfriamento/aquecimento, a taxa de variação de um corpo em um determinado ambiente é diretamente proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura local aonde o corpo se encontra. Entende-se como meio ambiente o local aonde o corpo se localiza. Para modelar a Lei de resfriamento e aquecimento de Newton, inicialmente serão dados nomes aos itens que compõem a equação diferencial de aplicação. Sendo T a temperatura do corpo, t o instante em que se dá a temperatura T e a temperatura ambiente. Logo seguindo a Lei de Newton a taxa de variação se dará pela derivação de e como ela é diretamente proporcional a obtendo a equação abaixo:

Porém, é possível observar que na equação ainda falta uma constante de proporcionalidade que será denominada k, sendo que k>0 se a aplicação for de aquecimento e k< 0 se for de resfriamento. Logo é obtida a equação diferencial:

(1)

O coeficiente k depende de diversos fatores, tais como:

* **Superfície exposta:** pode-se verificar que quanto maior for a superfície de contato entre o corpo e o meio externo (ambiente), maior será a rapidez de resfriamento/aquecimento.
* **Calor específico do corpo:** sabe-se que quanto maior o valor do calor específico de um corpo uma maior quantidade de energia será necessária para variar a sua temperatura de um determinado valor. Logo, para dois corpos que recebem a mesma quantidade de energia num mesmo intervalo de tempo, aquele com maior calor específico apresentará menor rapidez de resfriamento/aquecimento.
* **Características do meio:** assim como as características do corpo são importantes neste processo, as características do meio em que este está imerso, também o são. Por exemplo, se o objeto está em contato com o ar, que é um bom isolante térmico, mais lento serão os processos de resfriamento ou aquecimento do que se estiver imerso em água. A condutividade térmica da água é maior que a do ar. Outra característica importante é a mobilidade do meio externo em relação ao objeto, quanto maior for esta mobilidade, mais rápidas se darão as trocas térmicas entre o objeto e o meio em contato com o mesmo. Todo corpo após, algum tempo também atinge o equilíbrio térmico com o ambiente.

A solução da equação diferencial será resolvida pelo método de Separação de variável. Sendo assim, tem-se , separando as variáveis , integrando ambos os lados da igualdade , obtém-se logo e por fim isolando a variável *T* é encontrada a solução.

(2)

Portanto, a solução da Equação diferencial será e utilizando este resultado pode-se determinar a constante a partir do instante T(0), denominado .

Substituindo t=0 em (2) e isolando :

Podendo então concluir que:

(3)

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

A situação problema abordada possui dados fictícios. Embora a aplicabilidade seja válida para uma situação concreta nesta mesma área.

**Problema:** *Foi encontrado pelas 04h00min na esquina da rua A com a rua B o corpo de um homem aparentando 30 anos. Moradores do local disseram ter ouvido tiros por volta da 00h00mine também em torno da 03h00min da madrugada. A polícia já encontrou ambos os autores dos disparos. Somente após o legista identificar a hora da morte é que a polícia poderá prender um dos suspeitos.*

Surge então um questionamento: como podemos saber quando a vítima morreu? Para responder a esta pergunta precisamos conhecer a temperatura do corpo no instante da descoberta e a temperatura ambiente e a partir disso efetuar os cálculos do modelo matemático.

Utilizando a equação (3) da temperatura em função do tempo, e admitindo que a temperatura do corpo seja 30 ° C no instante da descoberta e 23 ° C, duas horas depois, e a temperatura ambiente seja 20 ° C.

Primeiramente, calcula-se a constante k, tal que:

T= 23° C

t=2 horas

=20°C

=30°C

Desenvolvendo:

Portanto,

.

Como foi obtido o valor da constante k, o próximo passo será determinar o instante da morte. Com isso, admitindo que a temperatura do corpo seja igual à temperatura normal de 37ºC no instante T0, a temperatura ambiente seja 20ºC. Por fim, será calculado t (instante da morte), tendo os dados:

= 37°C

= 20°C

T= 30

k = 0,6

Substituindo:

T = + ( – ).

Como encontraram o corpo às 4 horas e o instante de sua morte foi 53min antes, então é possível concluir que a vítima morreu aproximadamente às 3h 07min.

Utilizando o *software* GeoGebra, foi analisado de forma geométrica o resultado da equação (Figura 1) Considerando o instante *t* e a temperatura *T* do corpo como o par ordenado (t ,T). Então se obtém (3.07 , 37), (4.00 , 30) e (6.00 , 23), como mostra a figura a seguir.

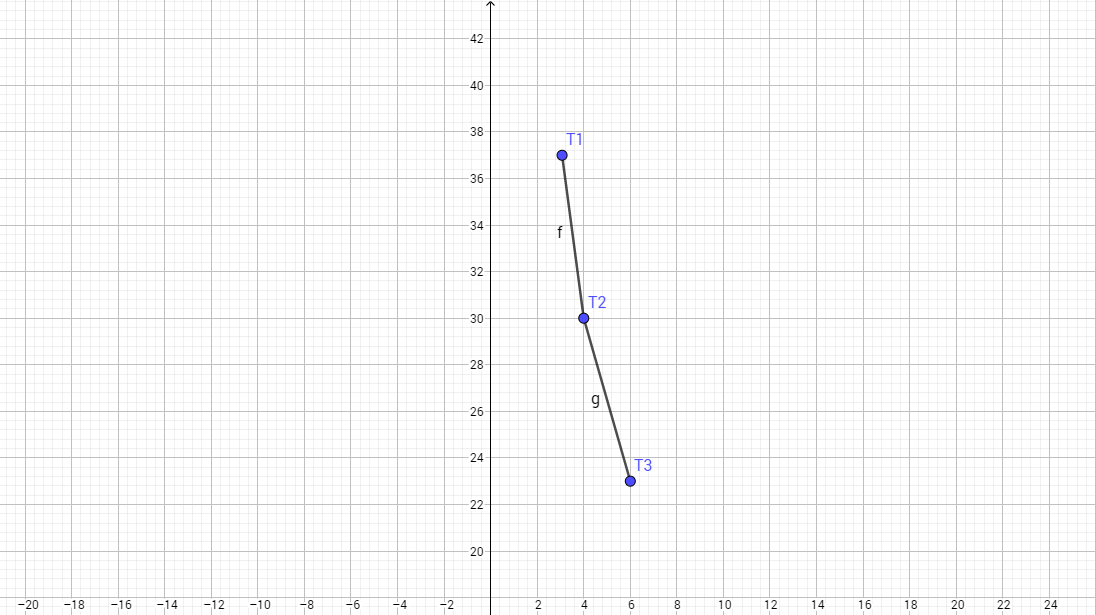


Figura 1- Gráfico da solução.

Observando o gráfico nota-se que conforme o instante *t* aumenta, a temperatura *T* do corpo diminui, até chegar um momento em que estabilizará, ou seja, entrará em equilíbrio com a temperatura do meio num determinado instante *t*.

**CONCLUSÕES**

Este trabalho sobre a Lei de resfriamento de Newton contribuiu para ampliarmos nossos conhecimentos sobre as questões envolvendo análise de modelo matemático e aplicações das EDO’s. Uma vez que somos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, reconhecemos a importância dessa análise, discussão e compreensão, envolvendo os conteúdos que estamos estudando e futuramente podemos aplicar em sala de aula.

De acordo com D’AMBRÓSIO:

*Jamais a repetição de técnicas, a mera demonstração de habilidades ou de capacidades para resolver um problema de tipo já conhecido. Isso resultado de treinamento. Não há nesses casos um ato de criatividade, não há a demonstração de capacidade de reunir conhecimentos variados para lidar situação nova e global.*(2005, p.77)

Vimos que é possível adaptar um conteúdo teórico a um contexto e com isso analisar soluções de diferentes formas, em situações problemas que possibilitem maior envolvimento da parte dos alunos, despertando a participação na aula através de aulas envolvendo práticas, uso de *software* em laboratório. Dessa forma, podemos proporcionar motivação por parte de quem está ensinando (professores) e de quem está aprendendo (alunos).

**REFERÊNCIAS**

BOYCE, W.E; DIPRIMA, R.C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Contorno.** 9ª ed. 2012. Rio de Janeiro-RJ.

COELHO, Pedro.**Engquimicasantossp.** Disponível em: <[http://www.engquimicasantossp.com.br/2014/12/lei-de-newton-para-aquecimento- e.html](http://www.engquimicasantossp.com.br/2014/12/lei-de-newton-para-aquecimento-%20e.html)> . Acesso em: 16 mai. 2017.

D’AMBROSIO, Ubiratan, 1932 – **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Ubiratan D’Ambrósio- Campinas, SP: Papiras, 1996.

LIMA, P.Cristiane. **Aula de EDO**: Lei de Resfriamento de Newton. Disponível em: <<https://pt.slideshare.net/cristianepetrylima/aula-de-edo-lei-do-resfriamento-de-newton>.>. Acesso em: 16 mai. 2017.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula:** Tecendo**redes cognitivas na aprendizagem**. 2ªEd. Livraria da Física. 2009. São Paulo.

MOURA, W.; BUDNIAK, L.; CREPLIVE, L.**.Leido Resfriamento de Newton: aplicação na criminalística.** Ed. EVINCI. 2015.

OLIVEIRA, E.C; TYGEL, M., **Métodos Matemáticos para Engenharia.** 2ªEd. SBM. 2010. Rio de janeiro

ZILL, D.G. **EquaçõesDiferenciais com Aplicações e Modelagem.** 2ª Ed. Cengage. 2014 São Paulo-SP.

ZILL, D.G; CULLEN, M.R. **Equações Diferenciais.** 3ª Ed. Vol1. Pearson. 2001 São Paulo-SP.