



IV Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica  
IV EnICT  
ISSN: 2526-6772  
IFSP – Câmpus Araraquara  
24 e 25 de outubro de 2019



## PROPOSTA DE ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS APLICADAS A CIRCUITOS ELÉTRICOS

VINICIUS RODRIGUES DA SILVA<sup>1</sup>, PATRICIA APARECIDA PINHEIRO<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Elétrica, IFSP Câmpus Sertãozinho, [vinicius.rodrigues@aluno.ifsp.edu.br](mailto:vinicius.rodrigues@aluno.ifsp.edu.br).

<sup>2</sup> Professora EBTT – Matemática, IFSP Câmpus Sertãozinho, [patricia.pinheiro@ifsp.edu.br](mailto:patricia.pinheiro@ifsp.edu.br)

**Área de conhecimento** (Tabela CNPq): Equações Diferenciais Ordinárias – 1.01.02.04-3

**RESUMO:** Este artigo tem por objetivo propor uma situação problema contextualizada e interdisciplinar que envolve conceitos de Cálculo, principalmente os de Equações Diferenciais Ordinárias, e de Circuitos Elétricos. Espera-se que a atividade sugerida possa contribuir para promover um aprendizado efetivo e cheio de significado para alunos de uma turma de Engenharia Elétrica na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Objetiva-se ainda discutir brevemente a respeito de metodologias de ensino e aprendizagem em Matemática, bem como as razões para as dificuldades e fracasso dos alunos, especialmente no ensino superior.

**PALAVRAS-CHAVE:** cálculo; indutor; resolução de problemas.

### INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é fazer uma reflexão acerca do ensino e aprendizagem de matemática no ensino superior, seus problemas e particularidades, e propor uma atividade interdisciplinar a ser aplicada em turmas do curso de Engenharia Elétrica.

Da inquietação dos autores por buscar metodologias efetivas e promover um aprendizado significativo e contextualizado na disciplina de Cálculo, surgiu a ideia de desenvolver este trabalho. Nele se discorre brevemente sobre metodologias de ensino em matemática, especialmente a da resolução de problemas e as ideias já publicadas a respeito como em Polya (1978). Além disso, faz-se uso da interdisciplinaridade ao se propor uma atividade que envolve os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral e de Circuitos Elétricos.

Na realização de tal atividade espera-se que os estudantes se sintam motivados para buscar a solução do problema sugerido; espera-se ainda que ao resolvê-lo os alunos se apropriem dos conhecimentos de resolução de equações diferenciais ordinárias (EDOs) de primeira ordem de forma significativa para esta aplicação específica a circuitos elétricos.

Este problema é proposto pelos autores e será aplicado a uma turma do curso de Engenharia Elétrica. Nele temos duas situações com um circuito RL (resistor, indutor e fonte de tensão) que quando equacionadas geram EDOs de primeira ordem lineares e separáveis. Sua resolução fornece uma função que dá a corrente elétrica em função do tempo. Esta aplicação deverá promover um aprendizado efetivo, pois os alunos atribuirão significados e buscarão relações com os conhecimentos que já possuem.

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O ensino e aprendizagem em Matemática é quase sempre cercado de muitas dúvidas e dificuldades a respeito de metodologias que possam ser bem-sucedidas. Isso se deve ao fato de que o fracasso dos estudantes na disciplina é muito significativo e acontece em todos os níveis de ensino.

No ensino superior acredita-se que este insucesso seja fruto, entre outros fatores, da má formação do aluno no ensino médio. Assim como em Oliveira (2018) a intenção deste trabalho não é buscar culpados para o fracasso, mas fazer a reflexão a respeito deste e de suas variáveis, propondo atividades e metodologias que ajudem a sanar as defasagens e promovam um aprendizado mais significativo acerca de um conteúdo. Neste

nível de ensino, o foco principal acaba sendo o conhecimento científico do conteúdo a ser ensinado, e o conhecimento pedagógico fica em segundo plano. Isso se dá pela ausência de reflexão sobre sua própria prática por parte dos docentes, e pode levar a inúmeras dificuldades para os alunos e ao fracasso que, com frequência é observado.

O presente trabalho propõe uma atividade com metodologias de ensino e técnicas diversas, para introduzir e contextualizar a resolução de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. A resolução de problemas como metodologia de ensino tem papel de destaque na proposta, esperando que ela ofereça condições para um aprendizado significativo. Partindo de um problema para apresentar uma ideia ou método, acredita-se que o interesse e curiosidade dos alunos possam ser despertados, já sendo assim objeto de motivação inicial. Ao propor um problema interdisciplinar, anseia-se também por motivar e contextualizar o aprendizado.

A resolução de problemas como metodologia de ensino, especialmente para a matemática, normalmente se mostra efetiva e é objeto de diversas pesquisas no mundo inteiro. Um grande nome neste campo é George Polya. Em seu livro “A arte de resolver problemas” de 1978, Polya faz uma reflexão sobre as etapas da resolução de problemas, as conexões mentais que são realizadas e sua influência sobre o ensino e aprendizagem. (POLYA, 1978).

Não se deseja afirmar aqui que uma metodologia ou outra está correta, ou que se deve fazer uso apenas das mais modernas, abandonando as tradicionais, mas sim que uma associação entre metodologias, métodos e técnicas pode ser capaz de atingir os objetivos de ensino e aprendizagem que são pretendidos. E quando isso é feito a partir da reflexão da prática docente e da observação da realidade dos estudantes, há grandes chances de que os objetivos de ensino e aprendizagem sejam alcançados. Por isso, propomos uma atividade interdisciplinar que une conceitos das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Circuitos Elétricos, que pode vir a facilitar o ensino e aprendizagem de equações diferenciais em um curso de Engenharia Elétrica.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para se alcançar os objetivos propostos, será sugerido o seguinte exercício que relaciona conceitos de Cálculo e de Circuitos Elétricos. É necessário que o aluno tenha conhecimentos prévios de determinados componentes elétricos e conceitos. Tais como entender que a carga e corrente elétrica são propriedades da matéria que podem ser equacionadas a partir de noções de Cálculo. “Corrente elétrica é a taxa de variação da carga em relação ao tempo e é medida em amperes(A)” (ALEXANDER, 2003, p. 22). Corrente é dada também em Coulombs por segundo, segundo a razão carga por tempo.

Todo componente em um circuito elétrico tem uma tensão relacionada a sua corrente. Para cada componente existe uma relação específica cuja determinação se dá a partir de conceitos físicos que não serão abordados neste artigo. A tensão, no sistema internacional, é medida em Volts. Ou também pode ser entendida como “A energia necessária para mover uma unidade de carga através de um elemento” (ALEXANDER, 2003, p. 24).

Em um resistor, a tensão equivale ao produto da resistência pela corrente, que pode ser visto na Equação 1. O resistor tem a propriedade de transformar energia elétrica em energia térmica.

$$V_R(t) = R * i(t) \quad (1)$$

onde,

$V_R$  é a tensão do resistor em Volts,

$R$  é resistência em Ohms ( $\Omega$ )

$i(t)$  é a corrente em função do tempo em Amperes.

O indutor é um componente que tem a capacidade de transformar energia elétrica em campo magnético e sua tensão é dada pelo produto de uma constante  $L$  pela taxa de variação da corrente em relação ao tempo.

$$V_L = L * \frac{d i_L}{dt} \quad (2)$$

onde,

$V_L$  é a tensão do indutor em Volts,

$L$  é uma constante chamada indutância do indutor e dada em Henry (H) e

$\frac{d i_L}{dt}$  é a derivada da corrente que passa pelo indutor em relação ao tempo.

O circuito elétrico é a união de componentes ligados a uma fonte elétrica que gera uma tensão dando início à corrente no circuito; os componentes consomem a tensão conforme suas propriedades específicas. De acordo com a segunda lei de Kirchhoff, o somatório das tensões em um circuito é igual a zero. Em um circuito com uma fonte, um indutor e um resistor ligados em série temos o seguinte equacionamento:

$$V_f - V_R - V_L = 0 \quad (3)$$

onde,

$V_f$  é a tensão da fonte,

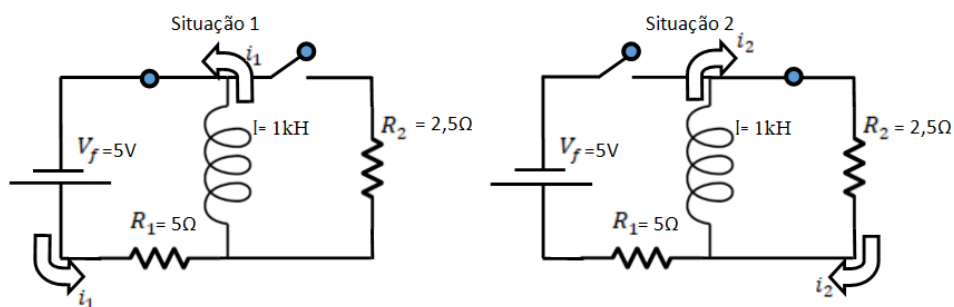
$V_R$  é a tensão do resistor e

$V_L$ , a tensão do indutor.

Substituindo nesta soma (equação (3)) as equações (1) e (2) obtém-se, realizando as simplificações necessárias, a equação diferencial de primeira ordem linear abaixo. Este será o modelo utilizado na resolução da atividade proposta.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} * i = \frac{V_f}{L} \quad (4)$$

No exercício a seguir é apresentado um circuito RL que apresenta dois resistores  $R_1$  e  $R_2$ , uma fonte de tensão  $V_f(t)$ , um indutor  $l$  e duas chaves de contato. Em um primeiro momento a chave 1 está fechada e a chave 2 está aberta, fazendo com que a corrente flua entre a fonte, o resistor 1 e o indutor. Depois de um tempo infinitamente grande, a chave 1 é aberta e a chave 2 é fechada. Fazendo com que a corrente passe a fluir apenas pelo indutor e o resistor 2



**FIGURA 1. Circuito proposto.**  
Fonte: Produzido pelos autores em Publisher®

Será sugerido que os alunos inicialmente equacionem a EDO correspondente (equação (4)) para a situação 1 e considerando que  $i_1(0) = 0$  resolvam o problema de valor inicial resultante e propõe-se que a equação seja resolvida utilizando o método do fator integrante. Assim, eles determinarão uma função  $i_1(t)$  que dá a corrente ( $i_1$ ) para qualquer instante  $t$  na primeira situação (equação 5).

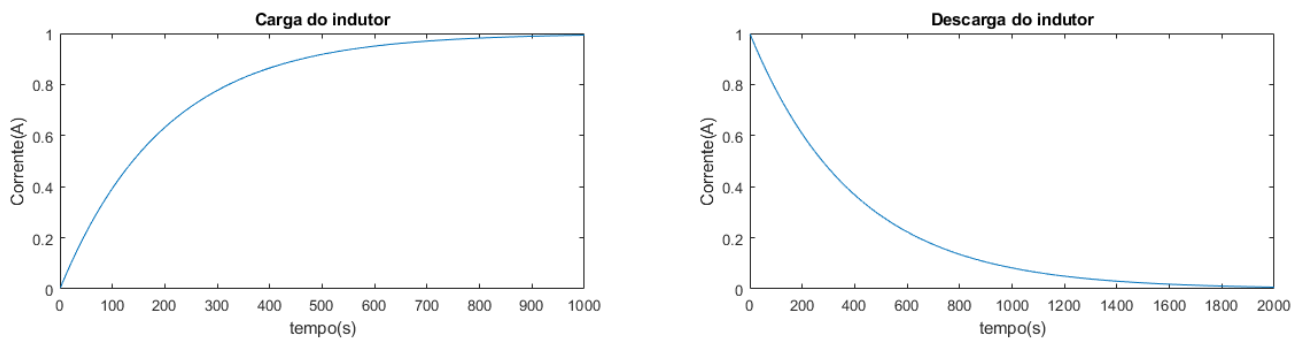
$$i_1(t) = 1 + e^{-5 \cdot 10^{-3} \cdot t} \quad (5)$$

Em seguida, os alunos serão levados a refletir sobre o que acontece ao fim da situação 1 e isto pode ser feito calculando o limite da função  $i_1$  quando  $t$  tende a infinito, e espera-se 1 A como resposta. Entende-se, a partir de conceitos de circuitos elétricos, que no processo de troca da primeira situação para a segunda, a corrente é mantida pelo indutor fazendo com que a corrente  $i_1$  com o tempo tendendo ao infinito seja igual a corrente  $i_2$  em um momento inicial.

Posteriormente, espera-se do aluno que ele desenvolva o equacionamento da corrente  $i_2(t)$  a partir da equação 3, desconsiderando um  $V_f$ . E resolva o problema de valor inicial utilizando o método de EDO separáveis, obtendo a equação 6 como solução.

$$i_2(t) = e^{-2,5 \cdot 10^{-3} \cdot t} \quad (6)$$

E por fim, é sugerido ao aluno plotar os gráficos de  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$ , conforme a Figura 02. Para o primeiro gráfico é possível observar uma exponencial neperiana crescente, em um período onde o indutor acumula campo magnético. Já para a segunda situação é possível observar outra exponencial decrescente, conforme a descarga de campo magnético do indutor.



**FIGURA 2. Carga e descarga do indutor.**  
**Fonte: Produzido pelos autores em MATLAB®**

## CONCLUSÕES

Conforme o esperado, obteve-se um exercício aplicável a alunos cursando o ensino superior e que já tenham uma base conceitual de circuitos elétricos. O principal desafio foi simplificar os conceitos elétricos e físicos presentes para dar enfoque ao Cálculo e na resolução de equações diferenciais ordinárias sem deixar de fazer uma devida conexão interdisciplinar. Desta maneira o uso do indutor, do resistor e de uma fonte contínua facilitaram o desenvolvimento do exercício, optar por outros componentes (como indutores e não lineares) ou circuitos mais complexos não seria proveitoso.

Dentro da engenharia elétrica, a análise de circuitos é fundamental. Apesar de atuais softwares fornecerem soluções rápidas e eficazes para casos complexos, é esperado de um engenheiro um bom entendimento sobre o funcionamento de um circuito. E é fato que um bom entendimento depende do domínio sobre os conceitos matemáticos que modelam tais sistemas.

Dentro da análise de circuitos elétricos, existem temas a serem abordados tais como a resolução de equações diferenciais ordinárias de segundo grau; ou resolução de sistemas lineares com  $n$  equações, utilizando métodos algébricos ou numéricos; bem como resolução sistemas de equações diferenciais ordinárias de primeiro e segundo grau com  $n$  equações.

A partir deste resumo expandido, será desenvolvido um material abordando de maneira mais extensa e com outras atividades as relações de circuitos RL (Resistor, indutor e fonte de tensão), RC (resistor, capacitor e fonte de tensão) e RLC (resistor, indutor, capacitor e fonte de tensão) de forma interdisciplinar com os conceitos de Cálculo.

## REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. São Paulo: BOOKMAN, 2003.

OLIVEIRA, A. J. D. Aprender Matemática no Ensino Superior: Desafios e Superação. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano 03, Ed. 05, V. 03, p. 94-103, mai., 2018.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo, 1978.

THOMAS, R. E.; ROSA, A. J.; TOUSSAINT, G. J. **Análise e projetos de circuitos elétricos lineares**. 6<sup>a</sup>. ed. São Paulo: BOOKMAN, 2011.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**. 2<sup>a</sup> Eletricidade e Magnetismo, Óptica. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. **Equações diferenciais**. Pearson Makron Books, 2006