



V Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica

V ENICT

ISSN: 2526-6772

IFSP – Câmpus Araraquara

22 e 23 de outubro de 2020



## **Análise de vibrações de um sistema isolador de vibrações com Inerter**

Henrique José Abramo Oliveira<sup>1</sup>

Fernando de Haro Moraes<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IFSP Câmpus Araraquara, [henrique.jose@ifsp.edu.br](mailto:henrique.jose@ifsp.edu.br)

<sup>2</sup> IFSP Câmpus Araraquara, [fernandohm@ifsp.edu.br](mailto:fernandohm@ifsp.edu.br)

**Área de conhecimento** (Tabela CNPq): Estática e Dinâmica Aplicada – 3.05.04.02-3

### **RESUMO:**

Este artigo apresenta a análise de um mecanismo denominado Inerter acoplado a um sistema linear massa-mola-amortecedor. O sistema isolador de vibrações analisado visa demonstrar a capacidade de isolamento de vibração desse dispositivo acoplado a um sistema massa-mola-amortecedor. Será realizada a simulação computacional utilizando o integrador numérico Runge Kutta de quarta e quinta ordem, utilizando programa computacional de fonte aberta. Serão comparados dois modelos, um modelo do sistema massa-mola-amortecedor convencional sem Inerter e outro modelo do sistema massa-mola-amortecedor com Inerter. Serão apresentadas as equações do movimento, os gráficos de histórico no tempo. É possível verificar que o sistema isolador que possui o dispositivo Inerter apresenta menor amplitude de deslocamento, ou seja, maior isolamento de vibrações em determinadas frequências específicas, as quais podem ser previamente determinadas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Inerter; dinâmica; isolamento de vibrações.

### **INTRODUÇÃO**

As vibrações mecânicas muitas vezes causam movimentos indesejados das máquinas ou mecanismos, os sistemas mecânicos podem sofrer com vários problemas como, a geração de folgas por meio do atrito, o afrouxamento de porcas e parafusos e até mesmo a flexão ou torção de partes estruturais, situações estas que na maioria dos casos podem causar diminuição da vida útil do conjunto mecânico. O Inerter é um dispositivo mecânico que pode rapidamente controlar um movimento vibratório indesejado, ele foi desenvolvido e utilizado em suspensões de carros de corrida de alto desempenho (SMITH, 2002) e pode ser aplicado em suspensões de trens estudadas por Jason Zheng Jiang, Alejandra Z. Matamoros-Sanchez, Roger M. Goodall e Malcolm C. Smith (2012) e controle vibracional para prédios no caso de terremotos por F. Lazar, S. A. Neild e D. J. Wagg (2013).

Foi utilizado o programa Gnu Octave, o qual forneceu os gráficos com os resultados das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) geradas na análise de corpo livre do sistema com e sem o Inerter.

O objetivo do estudo está focado na comparação e validação da eficácia do Inerter em um sistema isolador de vibrações de um grau de liberdade. Serão desenvolvidas as equações de movimento que representam o sistema massa-mola-amortecedor com Inerter e o sistema massa-mola-amortecedor sem Inerter. Realizou-se a simulação computacional e a comparação dos resultados de ambos os modelos, buscando mostrar a região onde o sistema isolador com o uso do dispositivo Inerter apresenta benefícios em relação ao sistema isolador sem o uso do dispositivo Inerter.

### **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Esta pesquisa foi iniciada com o estudo dos conceitos básicos de vibrações mecânicas. Vibração é qualquer movimento que em determinado intervalo de tempo se repete, podendo mudar algumas das suas características devido à resposta do sistema. A análise de um sistema vibratório normalmente envolve

modelagem matemática, obtenção de equações governantes, solução das equações e interpretação dos resultados, o que será mostrado passo a passo no desenvolvimento deste documento (RAO, 2009).

Para a programação foi utilizado a linguagem de programação C++, onde foram realizadas as rotinas computacionais para a resolução das EDOs e obtenção dos gráficos de histórico no tempo e plano de fases.

O Inerter é definido como um dispositivo de dois terminais, utilizado para isolamento vibracional, descrevem Zhang Yang e Hu Yinlong, (2014), que responde proporcionalmente às forças aplicadas em seus terminais e essa proporção é denominada *inertância*, a qual possui a unidade de quilograma (YILONG, 2014). O Inerter também tem a capacidade de ser diretamente comparado a um componente eletrônico, o capacitor, com a analogia de “Força-Corrente”, a qual admite a similaridade entre circuitos elétricos e circuitos mecânicos (SMITH 2009). Um Inerter é geralmente composto por um sistema pinhão-cremalheira e um volante de inércia, mas esses sistemas podem ser modificados ou substituídos para construção de tipos diferentes, mas com a mesma função, como por exemplo, um Inerter Hidráulico.

Figura 1- Modelo mecânico de um Inerter

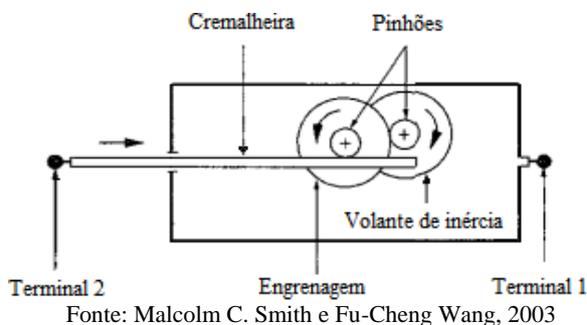
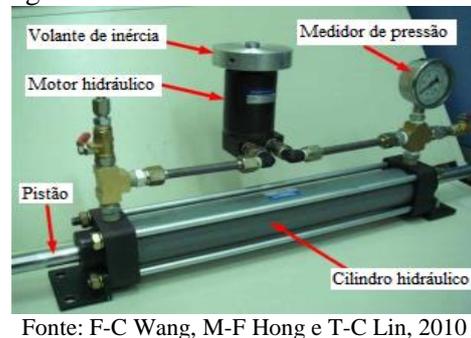


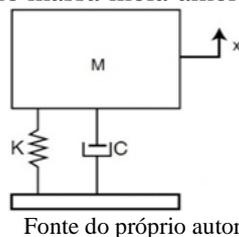
Figura 2- Modelo hidráulico de um Inerter



## METODOLOGIA

Foi considerado um sistema massa-mola-amortecedor (figura 1) e este foi modelado utilizando a segunda lei de Newton, somente os termos de força foram considerados:

Figura 3 – Modelo massa-mola-amortecedor sem Inerter



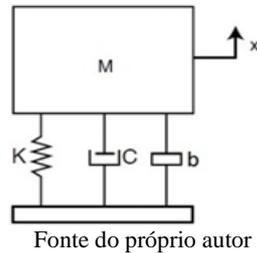
A equação 1 representa a equação de movimento do sistema da figura 1, onde foi considerado movimento forçado:

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F \quad (1)$$

Onde  $x$  representa o deslocamento da massa que será utilizado para determinar a velocidade e aceleração do sistema,  $c$  representa a constante de amortecimento,  $k$  módulo de elasticidade da mola e a força  $F$  é representada por  $F = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$  considerando (excitação harmônica),  $A$  representa a amplitude de deslocamento,  $\omega$  representa a frequência e  $t$  representa o tempo. Para realizar a simulação considerando o sistema em vibração livre, deve se considerar  $F = 0$ , o sistema deve ser submetido a uma condição inicial, no caso será considerado o deslocamento inicial da posição da massa.

A figura 2 apresenta o modelo do sistema isolador com o uso do dispositivo Inerter. O dispositivo Inerter é representado por  $b$ .

Figura 4 - Modelo massa-mola-amortecedor com Inerter



A equação 2 representa a equação de movimento do sistema da figura 2, onde foi considerado movimento forçado:

$$(m + b) \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F \quad (2)$$

Quando o Inerter é adicionado ao sistema massa-mola-amortecedor, um termo de massa  $b$  é adicionado, esse termo é nomeado como inertância.

Após definir as duas equações diferenciais de segunda ordem dos modelos, foram atribuídos valores numéricos aos parâmetros do sistema:

$$\begin{array}{ll} m = 80 \text{ kg} & b = 20 \text{ kg} \\ k = 160 \text{ N/m} & \omega = 3 \text{ rad/s} \\ c = 40 \text{ N} \cdot \text{s/m} & A = 0.5 \text{ m} \end{array}$$

Foi utilizado o comando *ode45*, o qual considera o integrador numérico do tipo Runge Kutta de quarta e quinta ordem. O algoritmo deste programa soluciona uma equação de segundo grau a partir duas equações de primeira ordem. Então é necessário realizar a redução de ordem da equação diferencial utilizando a equação do sistema no formato de Espaço de Estados. Foi considerado o passo de integração de 0.01 segundos. Os resultados de  $x$  (deslocamento)  $\dot{x}$  (velocidade) e  $\ddot{x}$  (aceleração) são armazenados em um vetor e depois relacionados ao tempo para obter os gráficos do Histórico no tempo (deslocamento em relação ao tempo) e os gráficos do Plano de fases (deslocamento em relação ao tempo).

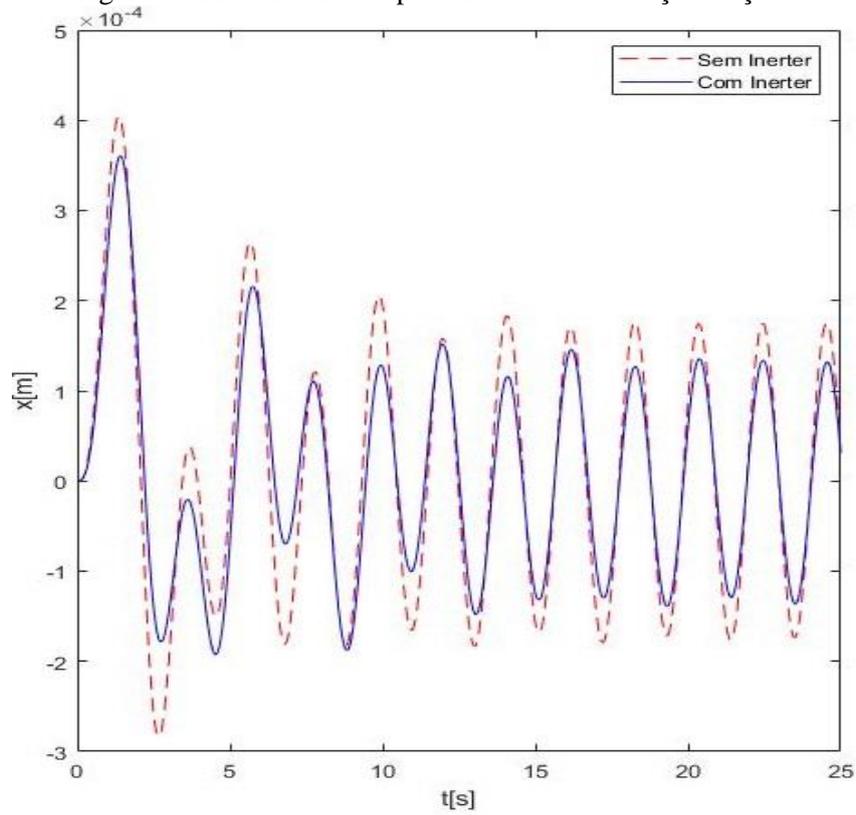
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Todas as comparações foram realizadas a partir dos gráficos do histórico no tempo e plano de fases. A curva sem o dispositivo Inerter é representada pela linha sólida e laranja e a curva com o dispositivo Inerter é representada pela linha tracejada e ponto azul. As figuras 5 e 7 apresentam o gráfico do histórico no tempo com vibração forçada do tipo harmônica, enquanto as figuras 6 e 8 o gráfico do histórico no tempo com vibração livre dada através de uma condição inicial de deslocamento.

A figura 5 apresenta o Histórico no tempo. O sistema com Inerter apresenta menor amplitude de deslocamento, ou seja, o sistema com Inerter apresenta maior isolamento nessa frequência, maior benefício quanto ao isolamento de vibração.

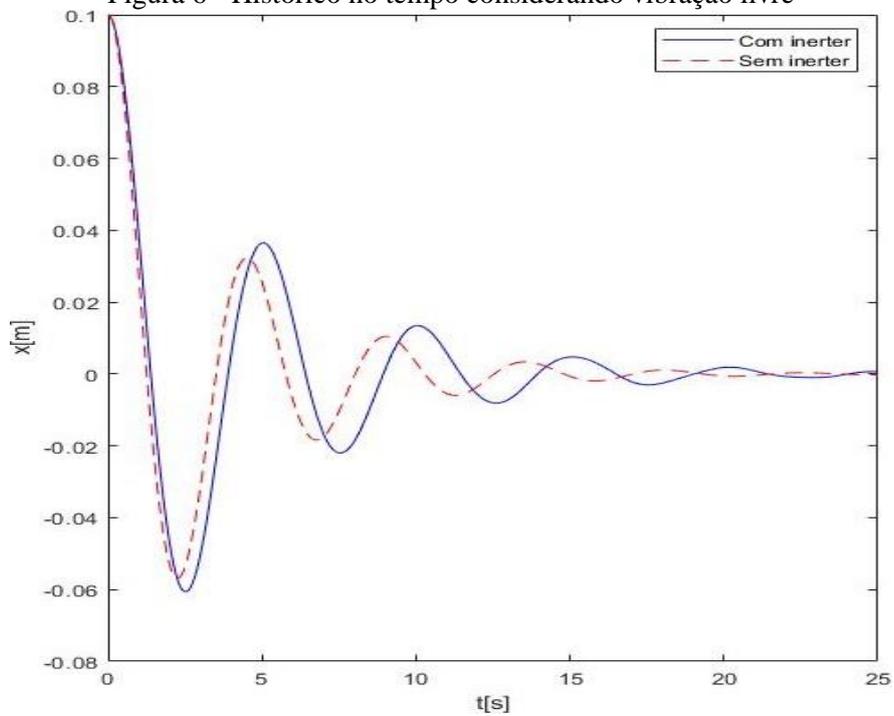
A figura 6 apresenta o Histórico no tempo, neste caso o sistema com Inerter apresenta maior amplitude de deslocamento do que o sistema isolador de vibrações sem Inerter, ou seja, o sistema com Inerter apresenta menor isolamento nessa condição inicial de deslocamento considerada, assim apresenta menor benefício quanto ao isolamento de vibração.

Figura 5 - Histórico no tempo considerando vibração forçada



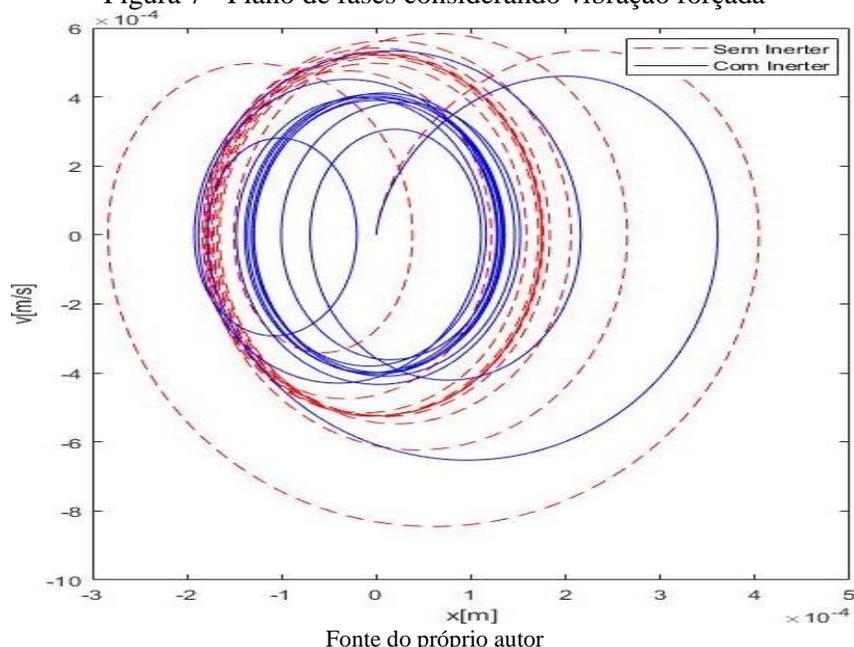
Fonte do próprio autor

Figura 6 - Histórico no tempo considerando vibração livre



Fonte do próprio autor

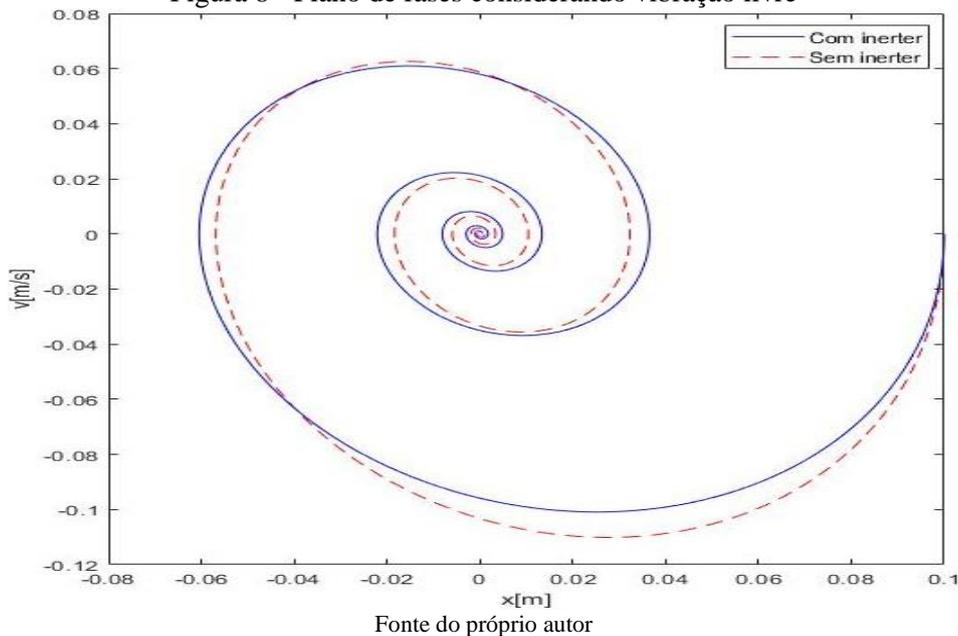
Figura 7 - Plano de fases considerando vibração forçada



A figura 7 apresenta o Plano de Fases, neste caso sistema isolador de vibrações sem Inerter apresenta maior amplitude de deslocamento do que o sistema isolador de vibrações com Inerter, ou seja, o sistema com Inerter apresenta maior isolamento, assim apresenta maior benefício quanto ao isolamento de vibração. É possível verificar a existência de dois ciclos limites, o maior é o do sistema sem Inerter e o menor é o do sistema com Inerter.

A figura 8 apresenta o Plano de Fases, onde, neste caso sistema isolador de vibrações sem Inerter apresenta menor amplitude de deslocamento do que o sistema isolador de vibrações com Inerter, ou seja, o sistema sem Inerter apresenta maior isolamento, assim apresenta maior benefício quanto ao isolamento de vibração. O formato da espiral caracteriza que ambos os sistemas são amortecidos não forçados.

Figura 8 - Plano de fases considerando vibração livre



Na figura 5, o sistema com Inerter se mantém em uma faixa de deslocamento menor do que o sistema sem Inerter, além de chegar nessa faixa de deslocamento mais rapidamente. Na figura 6, o sistema com Inerter, por se tratar de uma adição de massa ao sistema considerando vibração livre nessas condições iniciais de deslocamento específicas, faz com que o sistema com Inerter apresente menor capacidade de isolamento em relação ao sistema sem Inerter. As figuras 7 e 8 apresentam o comportamento do sistema comparando o deslocamento em relação a velocidade, Planos de fases. Nota-se a existência de dois ciclos limites no caso de vibração forçada e duas espirais no caso de vibração livre.

## CONCLUSÕES

Com a análise dos gráficos do histórico no tempo e plano de fases é possível verificar que o dispositivo Inerter gera uma mudança no comportamento do sistema isolador de vibrações. O dispositivo mecânico Inerter possui a capacidade de melhorar o isolamento de vibrações nos sistemas isoladores, mas depende da frequência de excitação considerada, podendo o Inerter aumentar ou diminuir a capacidade de isolamento do sistema de acordo com os requisitos do projeto.

## REFERÊNCIAS

Octave Forge Community. Octave Forge, 2020. Central colaborativa de desenvolvimento de pacotes. Disponível em: < <https://octave.sourceforge.io>>. Acesso em: 05, agosto de 2020.

RAO, Singiresu., Título: Vibrações Mecânicas. 4ed. Local de publicação: Pearson Universidades, 28 NOV 2008.

SMITH, Malcolm C., Synthesis of Mechanical Networks: The Inerter. 15f.– IEEE , Piscataway, Nova Jersey, US, 2002.

HU, Yinlong, et al. Título: Vibration analysis for isolation system with Inerter. Local de publicação Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference, Nanjing, China, 28-30 JUL 2014.

LAZAR, I. F.; NEILD S. A.; WAGG, D. J. Título: Using na inerter-based device for structural vibration suppression. Local de publicação: Wiley Online Library, 21 NOV 2013.

ZHANG Yang; HU Yinlong. Título: The realization of inerter for suspension of heavy truck. Local de publicação: Nanjing, China, 28-30 JUL 2014.

WANG F.-C.; HONG M. F.; LIN T. C. Título: Designing and testing a hydraulic inerter. Local de publicação: Universidade Nacional de Taiwan, República da China, 25 MAR 2010.

JIANG, Zheng Jason, et al. Título: Passive suspension incorporating inerters for railway vehicles, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility. Local de publicação: Taylor & Francis Online, 16 JUL 2012.

SMITH, Malcolm C, et al. Título: The Missing Mechanical Circuit Element. Local de publicação: IEEE CIRCUITS AND SYSTEMS MAGAZINE, 2009.

SMITH, Malcolm C.; WANG, Fu-Chang. Título: Performance Benefits in Passive Vehicle Suspensions Employing Inerters. Local de publicação: Maui, Hawai USA, DEC 2003.