VII Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica
VII EnICT
ISSN: 2526-6772
IFSP – Câmpus Araraquara
20 e 21 de Outubro de 2022

Reflexões sobre argumentação e prova em geometria plana na educação básica apoiadas pelo uso do software GeoGebra e de animações matemáticas

DAVI CARDOSO[1], ROBINSON ANTÃO DA CRUZ FILHO[2]

[1] Graduando em Licenciatura em Matemática, IFSP Câmpus Araraquara, d.cardoso@aluno.ifsp.edu.br

[2] Docente da Área de Ciências e Matemática, IFSP Câmpus Araraquara, robinsonfilho@ifsp.edu.br

Área de conhecimento: Geometria e Topologia – 1.01.03.00-7

RESUMO: Os professores de Matemática que atuam na educação básica têm o desafio de lecionar uma disciplina na qual diversos alunos demonstram desinteresse, muitas vezes advindo da concepção que possuem em relação ao seu aprendizado, visto como um processo mecânico, desvinculado de sua realidade. No que tange ao ensino de geometria, tal situação se agrava, uma vez que muitos professores não possuem conhecimentos acerca de métodos e técnicas de ensino capazes de auxiliar a sua atuação, principalmente no que se refere ao ensino de demonstrações geométricas, consideradas essenciais à validação das propriedades e dos resultados estudados. Considerando isso, o presente trabalho tem como objetivo apresentar as reflexões e bases teóricas que suscitaram durante o desenvolvimento de um projeto de iniciação científica acerca das contribuições do *software* geometria dinâmica GeoGebra para o ensino e aprendizagem de geometria e resultaram na elaboração de um minicurso destinado a licenciandos em Matemática e a professores de Matemática em exercício, acerca da utilização desse *software* e da ferramenta de criação de animações matemáticas Manim para o ensino de geometria euclidiana na educação básica.

PALAVRAS-CHAVE: demonstração; ensino de matemática; formação; registros de representação semiótica

INTRODUÇÃO

Apesar de a Matemática constituir um dos principais meios para a compreensão e transformação da realidade, o seu ensino encontra-se repleto de desafios e dificuldades, sendo um desses a valorização da transmissão do conhecimento por meio de memorização de algoritmos e fórmulas por parte dos professores. Para D'Ambrósio (1989), essa prática educacional faz com que os alunos compreendam a aprendizagem de Matemática como o mero acúmulo de regras, as quais são aceitas sem questionamentos ou validações, o que acaba tornando-os incapazes de relacionar as soluções dos problemas a situações reais, bem como de adotar soluções distintas das apresentadas pelos professores.

Ao analisar o desinteresse dos alunos com a Matemática no contexto educativo, Cunha (2013) constata a necessidade de uma reformulação do processo de ensino por meio da substituição de procedimentos mecânicos que não possuem significado para o aluno por metodologias alternativas que atribuam a esse um papel ativo na construção de seu conhecimento. Para isso, considera essencial que os professores conheçam diversas possibilidades de atuação em sala de aula. Dentre tais possibilidades, destaca o uso de recursos tecnológicos, devido à importância que possuem na sociedade, assim como à facilidade com a qual despertam o interesse dos alunos.

Borba e Penteado (2001), ao discorrerem sobre o uso de tecnologias da informação e comunicação nas escolas, destacam que, para as tecnologias apresentarem contribuições ao processo de ensino, faz-se necessária uma formação compatível por parte dos professores. Para os autores, os professores que optarem por adotar o uso de recursos tecnológicos devem fazê-lo de modo a modificar e melhorar suas práticas educacionais.

Lorenzato (1995), ao tratar do ensino de geometria, discute as principais causas para a sua quase omissão nas salas de aula. Dentre essas, ressalta a falta de conhecimentos geométricos por parte dos professores e a importância exagerada atribuída aos livros didáticos, nos quais o ensino de geometria encontra-se reduzido a um conjunto de definições, fórmulas e propriedades, desvinculadas de aplicações e explicações históricas ou lógicas. Além de tais fatores, destaca a falta de desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos, considerado essencial para a resolução de problemas de geometria, os quais, comumente, não são passíveis de resolução somente por meio de conhecimentos aritméticos e algébricos.

Nesse cenário, torna-se essencial uma formação de professores que não somente possibilite a aquisição de conhecimentos referentes à própria geometria como também a apreensão de metodologias e técnicas de ensino que propiciem a construção do pensamento geométrico por parte do aluno, visto a sua importância para a compreensão e interpretação de mundo.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Duval (2012), a representação dos objetos matemáticos faz-se necessária à sua compreensão, uma vez que, por serem entes abstratos, não estão acessíveis à percepção. Desse modo, a atividade sobre esses entes abstratos só se faz possível por meio de tais representações. Representações algébricas, geométricas e gráficas são exemplos de representações semióticas passíveis de representar um mesmo objeto e atender sistemas semióticos distintos.

De acordo com o mesmo, para que haja a apreensão conceitual de um objeto (*noesis*), faz-se necessária a produção ou apreensão de uma representação semiótica (*semiose*). Um determinado sistema semiótico será um registro de representação se possibilitar três atividades fundamentais: a formação de uma representação identificável; o tratamento de uma representação, isto é, sua transformação da representação sem alterar o seu registro de formação; e a conversão de uma representação, ou seja, a transformação da representação em outro registro.

Para o autor, no ensino de matemática, para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com as suas representações e possam ser reconhecidos em cada uma dessas, diversos registros de representação semiótica devem ser mobilizados. Tal pluralidade de registros possibilita a adoção de registros que propiciem a realização de tratamentos de modo mais dinâmico e econômico, bem como a representação de diferentes elementos de um mesmo objeto. Além disso, a coordenação entre diferentes sistemas semióticos faz-se essencial à compreensão efetiva do aluno, uma vez que a limitação a um registro de representação tornaria os conhecimentos adquiridos inutilizáveis em outras situações.

Demonstrações geométricas são exemplos de atividades que requerem a coordenação de diferentes registros de representação semiótica, pois, apesar de terem a língua natural como registro de partida e registro de chegada, em suas etapas, são adotadas as conversões entre diferentes representações intermediárias.

Para Hanna (1990), uma demonstração não deve buscar apenas mostrar a validade de uma afirmação, seja por meio de indução matemática ou considerações sintáticas, mas também explicar tal validade, apresentando conjuntos de razões derivadas das ideias matemáticas envolvidas.

De Villiers (2002), apesar de considerar o papel da demonstração como verificação como ponto de partida para iniciantes, acredita que essa deva possuir diversas outras funções, a saber: explicação, descoberta, desafio e sistematização.

Para o autor, os professores devem explorar tais funções das demonstrações de modo que os alunos possam explorar e analisar os resultados estudados, assim como descobrir e inventar novos resultados.

Considerando isso, *softwares* de geometria dinâmica como o GeoGebra, que possibilitam a elaboração e a exploração de construções geométricas por meio da manipulação de seus elementos, apresentam-se como ambientes extremamente propícios às diversas contribuições que as demonstrações podem trazer para o processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, tais ambientes digitais tem a capacidade de potencializar a realização das atividades fundamentais destacadas por Duval (2012), pois não apresentam limitações físicas e, consequentemente, possibilitam a realização das atividades de modo dinâmico e eficiente.

METODOLOGIA

Como parte das atividades de um projeto de iniciação científica acerca das contribuições do *software* GeoGebra para o ensino e aprendizagem de geometria, foi realizado o estudo dos principais teoremas e resultados da geometria euclidiana avançada presentes na obra *Advanced Euclidean Geometry* de Alfred S. Posamentier (2002). De modo a de apoiar o estudo teórico realizado, foram elaboradas construções no *software*, objetivando tanto a manipulação e exploração dos elementos presentes nas construções geométricas como a apresentação dos elementos necessários às demonstrações dos teoremas e resultados envolvidos.

Apesar de ter diversos recursos destinados à elaboração e à exploração de construções geométricas, o GeoGebra possui certas limitações no que se refere à apresentação e à demonstração de teoremas e resultados da geometria euclidiana. Embora seja possível utilizar-se de controles deslizantes para gerenciar o processo de demonstração, ocultando ou exibindo os elementos que estão em cada etapa, tal abordagem não se mostra plausível em demonstrações que exigem transformações e conversões mais complexas.

Considerando isso, foram elaborados vídeos e animações, capazes de contribuir para a compreensão de tais resultados e, assim, complementar as construções do GeoGebra elaboradas.

Para a elaboração de tais materiais, foi utilizada a ferramenta Manim. Essa consiste em uma biblioteca gratuita de Python destinada à criação de animações matemáticas por meio de programação computacional desenvolvida por Grant Sanderson, criador e mantenedor do canal de matemática do YouTube *3Blue1Brown*.

Atualmente, existem três versões da ferramenta: Manim ou ManimCE, versão mantida pela comunidade, que possui uma vasta documentação; ManimGL, versão mantida por seu desenvolvedor original, que utiliza a API gráfica OpenGL para renderizar os vídeos; ManimCairo, a antiga biblioteca original, que utiliza o módulo de Python pycairo para renderizar os vídeos.

Devido tanto à documentação disponível como à sua estabilidade, foi utilizada a versão do Manim da comunidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Até o presente momento, foram elaboradas construções no *software* GeoGebra acerca dos seguintes temas: medida de ângulos interiores e exteriores a uma circunferência; medida do ângulo inscrito em uma circunferência; medida do ângulo semi-inscrito em uma circunferência; potência de pontos no interior e no exterior de uma circunferência; polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência; base média de triângulos, altura de triângulos retângulos; ângulos externos de triângulos; medida do ângulo formado por duas bissetrizes internas de um triângulo; medida do ângulo formado por duas bissetrizes externas de um triângulo; medida da bissetriz interna de um triângulo; medida das medianas de um triângulo; ponto interno de um triângulo equilátero; principais pontos notáveis de um triângulo; Teorema de Ceva; Teorema de Menelaus; Teorema de Desargues; Teorema de Pitágoras; Teorema de Morley; pontos notáveis de triângulos; Ponto de Fermat; Ponto de Georgonne; Ponto de Nagel; Pontos de Brocard; Pontos de Vecten; lei dos senos, divisão áurea de um segmento.

Dentre esses, foram elaborados vídeos na ferramenta Manim sobre os temas: medida do ângulo inscrito em uma circunferência; medida do ângulo semi-inscrito em uma circunferência; potência de pontos no interior e no exterior de uma circunferência; medida do ângulo formado por duas bissetrizes internas de um triângulo; medida do ângulo formado por duas bissetrizes externas de um triângulo; medida da bissetriz interna de um triângulo; medida das medianas de um triângulo; ponto interno de um triângulo equilátero; Ponto de Fermat; lei dos senos, divisão áurea de um segmento.

Tais produtos educacionais desenvolvidos irão passar por uma seleção, a qual determinará certos conjuntos que irão compor um minicurso a ser ofertado a licenciandos em Matemática e a professores de Matemática em exercício. Em tal minicurso, é pretendida a apresentação e discussão de tais ferramentas, considerando as bases teóricas que apoiaram o presente estudo.

CONCLUSÕES

Ambas as ferramentas utilizadas apresentaram diversas potencialidades para o aprendizado dos teoremas e resultados estudados. Como ferramentas de apoio ao estudo teórico realizado, contribuíram imensamente para o aprofundamento dos conhecimentos geométricos, uma vez que se apresentaram como ambientes nos quais fazia-se possível a elaboração de construções geométricas que auxiliavam a compreensão das demonstrações estudadas. Como recursos de ensino, apesar de ainda não terem sido aplicados em sala de aula, possibilitaram um olhar mais amplo e analítico acerca do processo de ensino de geometria, visto que a elaboração dos produtos educacionais citados exigiu uma constante atenção à apresentação dos conceitos envolvidos.

REFERÊNCIAS

CUNHA, D. DA S. A educação matemática e o desinteresse do aluno. **Revista Brasileira de Educação e Saúde**, v. 3, n. 3, p. 20 - 24, 29 out. 2013.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e debates**, v. 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

DE CARVALHO BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. Autêntica Editora, 2019.

DE VILLIERS, Michael. Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração em geometria dinâmica. Tradução de Rita Bastos. **ProfMat**, v. 10, 2002.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

HANNA, Gila. Some pedagogical aspects of proof. **Interchange**, v. 21, n. 1, p. 6-13, 1990.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. **Geometria**. Blumenau, n. 04, p. 03-13, 1995.

POSAMENTIER, Alfred S. **Advanced Euclidean Geometry: Excursions for Secondary Teachers and Students**. Key College, 2002