ISSN - 2527-2462

O CONCEITO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Autor: Wagner José Bolzan

Instituição: EE Prof. Dr. Segundo Carlos Lopes e Faculdade de Educação São Luís

E-mail: wagnerjbol@hotmail.com

Resumo:
Este trabalho visa a relatar as aulas de Matemática que ministrei, apoiando-me na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em uma escola estadual do Ensino Básico. Pretendeu-se retomar e aprofundar o conceito de potência para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. O objetivo geral foi o de proporcionar aos estudantes a possibilidade de participarem ativamente da construção (ou reconstrução) do referido conceito, partindo de um problema, denominado problema gerador, relacionado com "O Jogo do Xadrez", no qual cada aluno deparou-se com um número muito grande. Sabe-se da importância de se introduzir e de se trabalhar com significados com esse e tantos outros conceitos tanto da matemática, quanto das outras ciências. Com essa proposta, pretende-se inverter a ordem das coisas: sugere-se partir do problema para, por último, chegar-se à formalização do conceito. É claro, valorizando cada etapa do referido processo.
Palavras-chave: Resolução de Problemas; Conceitos e significados; Construção do conhecimento; Potência e Potenciação.

1. **Introdução**

Minhas atividades no magistério público tiveram início no ano de 1995, lecionando matemática para o antigo 1º grau, hoje Ensino Fundamental. Esse era o meu último ano de faculdade e, durante tal período, apesar de ainda não formado, eu começava a sentir um desejo de ensinar essa disciplina de um modo diferente daquele com que, na maioria das vezes, fui ensinado. Pelo fato de, antes do magistério, eu ter atuado na área industrial como Técnico em Mecânica, posso dizer que meu interesse pelo estudo da matemática começou neste momento da minha vida. Tal disciplina fazia a diferença na minha vida profissional.

Mas no ano de 1994, um ano antes da formatura, já sentindo esse interesse por novos métodos de ensino, tive a oportunidade de assistir a um colóquio no departamento de matemática da UFSCar[1], tendo como palestrante convidado o Prof. Dr. Sérgio Nobre do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP[2] de Rio Claro. Foi neste momento de minha formação acadêmica, que tive meu primeiro contato com a "Educação Matemática". Meu interesse foi imediato, pela abrangência que eu já percebia nesse nome.

Em 1996, matriculei-me, como aluno especial, em minha primeira disciplina do programa: Metodologia do Ensino da Matemática. A partir desse momento, entrei em contato

[1] UFSCar – Universidade Federal de São Carlos.
[2] UNESP – Universidade Estadual Paulista.

com vários estudiosos e professores pesquisadores, cursei várias outras disciplinas, ainda como aluno especial e, no ano de 2000, tornei-me aluno regular do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, tendo como orientadora, a Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Tornei-me, a partir daí, um defensor e também aprendiz da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, por perceber todas as possibilidades que essa Tendência da Educação Matemática me oferecia para que meus anseios acima destacados fossem atendidos.

Dentre as várias experiências que tive com a aplicação desta metodologia de ensino, na sala de aula, relato neste trabalho uma na qual abordo o ensino de potência e potenciação. Essas aulas foram preparadas para retomar e aprofundar o conceito de potências e, portanto, de potenciação, iniciado por esses alunos, quando estavam no 6º ano do Ensino Fundamental e frequentando, nesse momento de aplicação do projeto, o 8º ano do mesmo nível de ensino. O objetivo geral foi o de proporcionar aos alunos a possibilidade de participarem ativamente da construção (ou reconstrução) do conceito de potência, partindo de um problema, denominado problema gerador, relacionado com "O Jogo do Xadrez" (Ávila, 1994, p. 1-9), a partir do qual cada aluno foi convidado a calcular e a deparar-se com um número muito grande.

POTÊNCIA, POTENCIAÇÃO E CONCEITOS AFINS, ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Essas aulas foram preparadas para retomar e aprofundar o conceito de potência e, portanto, de potenciação, iniciado no 6º ano, para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

O objetivo geral da primeira semana (seis aulas ao todo) foi o de, primeiramente, colocar os alunos diante de situações que proporcionavam a necessidade de se trabalhar com números muito grandes. A partir dessa constatação, surgiu a necessidade de trabalhar, posteriormente, com a representação dessas quantidades, fazendo uso das potências.

2. Revisão Bibliográfica

O primeiro texto que me motivou a abordar o conceito de potência, de forma não tradicional, é intitulado "Números muito Grandes", em que é narrado "O Jogo do Xadrez" (Ávila, 1994, p. 1-9). Ver, também, em Souza (1998, p. 125 – 128).

3. Metodologia

Neste trabalho, adotou-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Este trabalho apoia-se no que é afirmado abaixo:

> A resolução de problemas é pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes, não somente como um propósito de se aprender matemática, mas também, como um primeiro passo para fazer isso. (Onuchic, 2003, p.27)

Se tivermos como objetivo, uma aula em que um objeto matemático é trabalhado por meio da resolução de problemas devemos considerar, como vemos em Bolzan:

> • Formar grupos – entregar uma atividade.
> Lembrar que, no mundo real, aprender é muitas vezes um processo compartilhado. Progredir em direção a um objetivo vem por meio de esforços combinados de muita gente. Os estudantes precisam experimentar este processo cooperativo e deve-se dar, a eles, oportunidade de aprender uns com os outros. Assim, devemos organizar os alunos em pequenos grupos e muito da aprendizagem, em sala de aula, será feita no contexto desses grupos. (Bolzan, 2003, p.114)

4 - Resultados Preliminares

Para cada grupo de, no máximo, 4 alunos, foi entregue uma folha de papel contendo um texto contando “O Problema do Xadrez” (Souza 1998, p. 125 – 128). Depois de lido e comentado, cada grupo recebeu o problema 1 abaixo:

Problema 1: ***Diante do que você acabou de ler, você saberia dizer por que Sissa recusou a oferta de um saco de trigo? Você poderia calcular, ou pelo menos estimar, quantos grãos de trigo o rajá indiano Balhait deveria pagar para Sissa? Essa quantidade seria, finalmente, paga, conforme Sissa havia estabelecido?***

Desejou-se, num primeiro momento, que cada grupo estabelecesse uma estratégia de resolução. Foi dado tempo para que pensassem, até o momento em que o professor percebeu que alguns grupos tentavam representar a situação, porém não muito adequadas, mas suficientes para que pudéssemos refletir sobre suas estratégias. Esse momento está em acordo com o que diz Onuchic, com relação ao papel do professor:

> Dentro desse trabalho, o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para atravessar as dificuldades. O professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas

> explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários. (Onuchic, 1999, p. 216)

Após esse primeiro momento, quando o professor percebeu as dificuldades apresentadas pelos estudantes, o mesmo sugeriu que desenhassem um tabuleiro, para que pudessem simular a situação do problema. Mas, apesar do surgimento desse primeiro obstáculo, os alunos estavam interessados e envolvidos de forma bastante significativa, diferentemente daquelas aulas em que se inicia o conceito de potenciação, já com a definição do conceito.

Depois de várias representações e tentativas de contagem, o professor viu a possibilidade de considerá-las na lousa. Alguns grupos tinham apresentado tabuleiros que, no momento oportuno, foram melhorados pelo professor e apresentados para toda sala.

Deve-se dizer que, num primeiro momento, o professor desenhou na lousa as respectivas quantidades de pontos para cada quadro que, por maior facilidade, resolveu-se representá-las pelos respectivos numerais. Além disso, no lado direito de cada linha da tabela, as somas parciais iam sendo feitas, junto dos valores acumulados, como segue: 1ª linha: 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 256; 2ª linha: 256 + 512 + 1024 + 2048 + 4096 + 8192 + 16384 + 32768 = 65280; valores acumulados (1ª e 2ª linhas): 256 + 65280 = 65536; e assim por diante. Até que, antes da metade da tabela, alguns alunos já começavam a observar que essa quantidade final de grãos seria bem maior do que haviam imaginado. Aproveitou-se para o questionamento: "Vocês conseguem estimar um número próximo dessa quantidade?" Números na casa de centenas de milhares e dezenas de milhões foram os maiores estimados pelos alunos. Mas todos no 'chute'.

Antes mesmo que algum deles chegasse ao resultado final, sugeriu-se que fosse considerado o problema descrito abaixo, menos trabalhoso, porém bastante significativo, que seria o de se levar em conta apenas a quantidade da última casa (64ª), pois não se tinha, como objetivo principal, a consideração desse cálculo levando em conta todas as casas. Dessa forma, buscou-se direcionar para o que, de fato, era o objetivo: introduzir o conceito de potência. A estratégia que apresentaram de início, apesar de trabalhosa, estava correta, por ser bem simples. Em uma outra aula, apresentar-se-ia o valor exato, só para satisfazer curiosidades.

<u>Problema 2:</u> ***Quantos grãos de trigo seriam colocados apenas na 64ª casa do tabuleiro?***

Mais uma vez, os alunos depararam-se com mais um problema, pois estavam motivados, mas não sabiam como fazer para chegarem a essa quantidade, a não ser continuar fazendo todas aquelas contas do problema 1. Sugeriu-se, então, que retomassem cada quantidade obtida da primeira linha, para que percebessem como cada uma tinha sido calculada. O professor foi à lousa e por intermediações do mesmo, pôde-se às conclusões abaixo:

1=1; 2=2·1; 4=2·2; (sempre o dobro do anterior); 8=2·4 = 2·2·2; 16 = 2·8 = 2·2·2·2;
32 = 2·16 = 2·2·2·2·2; 64 = 2·32 = 2·2·2·2·2·2; 128 = 2·64 = 2·2·2·2·2·2·2;...

Nesse momento, como a maioria dos alunos tinha percebido, já havia ficado claro a existência de uma relação entre a quantidade de fatores iguais a 2 e a posição no tabuleiro. Aproveitou-se para retomar a nomenclatura utilizada para os números envolvidos e o resultado de uma multiplicação, comparando-os com a nomenclatura utilizada em uma adição. Ainda disse: “Se uma adição de parcelas iguais pode ser escrita na forma de uma multiplicação, o que vocês me dizem de uma multiplicação de fatores iguais?” Nesse momento, um dos alunos disse, com suas palavras, o que viria a ser: “temos uma potência de base 2 e expoente igual ao número de fatores iguais à base.” Ele se esforçava para lembrar-se do que já havia aprendido no 6º ano. Nesse momento, julgou-se importante fazer uso da notação em forma de potência dos valores acima, sem ainda considerar a formalização geral do conceito. Escreveu-se, na lousa, as potências de base 2 abaixo:

1 = 1 = (Pode ser escrito na forma de potência? Qual?); 2 = 2·1 = (Qual potência?); 4 = 2·2 = 2^2; 8 = 2·4 = 2·2·2 = 2^3; 16 = 2·8 = 2·2·2·2 = 2^4; 32 = 2·16 = 2·2·2·2·2 = 2^5; 64 = 2·32 = 2·2·2·2·2·2 = 2^6; 128 = 2·64 = 2·2·2·2·2·2·2 = 2^7

Então perguntou-se: *qual a potência indicada na 64ª casa?*

A resposta automática foi 2^{64}. Vê-se, então, a oportunidade de sugerir aos alunos que um expoente conveniente para a potência da segunda igualdade, acima, seria 1, ou seja, para a quantidade 2, tem-se a potência 2^1, uma vez que estava nítida a existência de um padrão: $2^6 = 2^{7-1}$; $2^5 = 2^{6-1}$; $2^4 = 2^{5-1}$; e, assim, sucessivamente. Ou seja, o expoente da potência, sempre uma unidade menor que a posição no tabuleiro. Tal situação contribuiu para que os alunos percebessem e aceitassem prontamente, que $1 = 2^0$**.** Uma primeira abordagem significativa para potências de expoentes 1 e 0 também foi lembrada e trabalhada. Os estudantes se convenceram facilmente de que a potência correspondente à 64ª casa deveria ser 2^{63}. Mas, agora, novamente um problema: ***calcular essa potência! 63 fatores iguais a 2!***

Deve-se observar que, até aqui, o mais importante foi ter se estabelecido um diálogo entre professor e alunos. Eles estavam participando ativamente da construção desse conceito. O vocabulário novo ia surgindo naturalmente, com significados. Identificavam a existência de padrões e o uso consciente das operações, dentre outros. Dessa forma, concorda-se com a posição assumida pelos PCN (1998, p. 97):

> [...] alguns aspectos do tratamento habitualmente dado ao estudo dos naturais nos ciclos finais do ensino fundamental também comprometem sua aprendizagem:
> - ausência de situações-problema envolvendo números "grandes";
> - desestímulo ao uso de procedimentos aritméticos, considerados como "raciocínios inferiores" quando comparados aos procedimentos algébricos;
> - ausência de um trabalho com estimativas e com cálculo mental e o abandono da exploração de algoritmos das operações fundamentais;
> - trabalho centrado nos algoritmos, como cálculo do mmc e do mdc sem a compreensão dos conceitos e das relações envolvidas e da identificação de regularidades que possibilitem ampliar a compreensão acerca dos números.

Passou-se tabela a limpo, indicando as quantidades em cada casinha, agora na forma de potências com base 2. Escreveu-se e aplicou-se a definição de potência (de forma abreviada), para a potência em questão: $2^{63} = 2\cdot\underbrace{2\cdot2}_{\text{63 fatores}}\cdot\ldots\cdot2 = ?$

A essa altura, mais uma vez, os alunos estavam incomodados com tantas contas! Foi quando sugeriu-se que se fizesse uma aproximação, de forma a trabalhar com potências de base 10. O professor disse: "Como $2^{10} = 1024$, consideremos que $1024 \approx 1000$. Assim, teremos $1000 = 10^3$ e, em 2^{63}, teremos 6 potências iguais a essa sendo multiplicadas, além da potência 2^3." Aproveitou-se a motivação dos estudantes para enunciar a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: $2^{63} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^3 \cong 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 2^3 = 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 8 =$ 8.000.000.000.000.000.000. Apesar de um erro considerável nessa multiplicação, em comparação à anterior, a ordem de grandeza desse número permaneceria a mesma do número 9.223.372.036.854.775.808.

4. Considerações Finais

É importante ressaltar-se a preocupação de, em um momento dizer potência e em outro, potenciação. O professor disse-lhes que, além das quatro operações que já conheciam bem, havia outras operações matemáticas. A 5ª operação é a potenciação que, em uma comparação com a adição de parcelas iguais, tem-se uma multiplicação de fatores iguais. E, como toda operação matemática, essa também goza de suas propriedades operatórias.

Deve-se enfatizar que, durante as aulas, os alunos expressavam-se, naturalmente, utilizando as palavras *potência de um número, base ou expoente de uma potência,* *propriedade, ordem de grandeza,* dentre outros, quando participaram ativamente da construção (ou reconstrução) de cada conceito.

A princípio, este trabalho parece não focar o uso da interdisciplinaridade, por recorrer a problemas que aparecem mais como desafios do que vinculados a outras ciências. Porém, o objetivo aqui está em acordo com a posição assumida pelos PCN (1998, p. 41):

> [...] um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.

Como já dito, entende-se que a situação-problema é o ponto de partida do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, como ainda aponta o PCN:

> [...] o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema, se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (Brasil, 1998, p. 41)

Nessa perspectiva da resolução de problemas, a interdisciplinaridade é garantida quando, ao participarem ativamente da construção dos conceitos, os alunos são capacitados, como dito acima, para a construção de um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas. Mesmo que, inicialmente, a questão proposta, aparentemente, não tenha caráter interdisciplinar, o importante é que o processo com o qual cada aluno se depara, neste ambiente de aprendizagem, prepara-o para perceber e aplicar a matemática dos problemas vinculados a outras ciências (Astronomia, Física, Biologia), além de problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática.

Onuchic afirma que:

> Problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo de matemática escolar desde a Antiguidade. Registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega, e são, ainda, encontrados problemas em livros-texto de matemática dos séculos XIX e XX. Segundo Stanic & Kilpatrick (1990, p. 4), o principal ponto a ser considerado, nos exemplos por eles colocados, é que neles é assumida uma visão muito limitada da aprendizagem de resolução de problemas. (Onuchic, 1999, p. 199)

Reformas no ensino da matemática ocorreram durante o século XX, às quais Onuchic refere-se:

> Ao passar de uma sociedade rural, "onde poucos precisavam conhecer matemática", para uma sociedade industrial onde mais gente "precisava aprender matemática" em razão da necessidade de técnicos especializados, daí para uma sociedade de informação onde a maioria das pessoas "precisa saber matemática" e, agora, caminhando para uma sociedade do conhecimento que exige de todos "saber muita matemática", é natural que o homem se tenha interessado em promover mudanças na forma de como se ensina e como se aprende matemática. (Onuchic, 1999, p. 200)

Para se pensar na formação matemática dos jovens estudantes, agora, em pleno século XXI, e já mergulhados na sociedade do conhecimento, deve-se refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre o preparo deles para o mundo do trabalho e para as relações socioculturais, além do desenvolvimento de uma postura crítica de posicionamento diante das questões sociais.

5. Referências

ÁVILA, G. Números muito grandes. **Revista do Professor de Matemática (RPM)**. Sociedade Brasileira de Matemática. São Paulo, SP, nº 25, p. 1 – 9, 1º sem. 1994.

BOLZAN, W. J. **A Matemática nos Cursos Profissionalizantes**. 2003. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. Editora UNESP – Rio Claro – SP, 1999. p. 199 – 218.

ONUCHIC, L. R. Um problema gerador de novo conteúdo. **Revista de Educação Matemática (SBEM – SP)**. São Paulo, SP, ano 8, nº 8, p.27 – 30, 2003.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 1ª ed. Jundiaí – SP: Paco Editorial, 2014. p. 158.

SOUZA, J. C. M. (). O Problema do Xadrez. In: Malba Tahan. **Matemática Divertida e Curiosa**. 11ª ed. - Rio de Janeiro: Editora Record, 1998. p. 125 – 128.