

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE PRODUTO DE NÚMEROS COMPLEXOS POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Helton de Oliveira
IFSP – Campus Araraquara
helton020@gmail.com

Juracélio Ferreira Lopes
IFSP- Campus Araraquara
juracélio@ifsp.edu.br

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo viabilizar o ensino e aprendizagem da multiplicação de números complexos por meio da contextualização geométrica utilizando software GeoGebra na representação dos pontos no plano Argand-Gauss. A utilização desse recurso tecnológico viabiliza a realização de construções que permitem a visualização do movimento de pontos do plano cartesiano gerado pela multiplicação desses números. Essa pesquisa, de cunho qualitativo, foi realizada com alunos do 3º ano C da unidade escolar E.E. João Batista de Oliveira na cidade de Araraquara/SP e nos possibilitou verificar a percepção dos discentes acerca do tema abordado. Constatou-se que a utilização do software permitiu que os alunos percebessem melhor o significado geométrico do produto de números complexos possibilitando uma melhor compreensão e aprofundamento do tema ao explorar novos ambientes de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Números Complexos, multiplicação de números complexos, GeoGebra, rotação de números complexos.

1. Introdução

Neste texto apresentamos o resultado da aplicação de uma atividade aos alunos do 3º ano C do Ensino Médio que foi realizada na Unidade Escolar - U.E. E.E. João Batista de Oliveira, tendo como tema os números complexos, especificamente, a visualização da representação geométrica da multiplicação de números complexos, que foi facilitada pelo software GeoGebra¹.

¹ GeoGebra – Aplicativo matemático gratuito disponível no endereço eletrônico <https://www.geogebra.org>



A falta de tempo é um dos motivos que sucumbem a apresentação do assunto aos discentes ou, quando apresentado, acontece de forma superficial, deixando de fora da sala de aula propriedades do conjunto que são de vital importância para seu entendimento completo, sendo trabalhado apenas como uma forma de solucionar equações de segundo grau em que se obtém, ao final, uma raiz de número negativo.

De acordo com Carvalho e Lopes (2009, p. 2) “No ensino da matemática, em instituições educacionais, em nível de ensino médio ou mesmo de ensino superior, os números complexos nunca tiveram o destaque merecedor pelos professores de matemática, pois na maioria das vezes são tratados como “elementares””.

Esse distanciamento da abordagem completa do tema com aquilo que de fato é ensinado aos alunos foi o que nos motivou a elaborar e aplicar uma atividade que possibilitasse aos alunos ampliarem seu conhecimento do assunto, porém, de forma não tão mecanizada com a exploração de ferramentas e espaços diferenciados.

Buscando tal aprofundamento do assunto com o auxílio do software GeoGebra, dividimos a atividade em dois momentos, o primeiro em sala de aula tradicional para a formalização do conteúdo e o segundo no laboratório de informática da U.E.

Ao final, foram coletados questionários qualitativos para que pudessemos enxergar como os alunos perceberam e realizaram a atividade e também com o intuito de readaptá-la e aprimorá-la.

2. Revisão bibliográfica

No que se refere à importância dos números complexos no ensino médio, Carneiro (2004, p. 2) nos diz que

Os números complexos ocupam uma posição muito singular no ensino de Matemática. Não merecem grande atenção nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, por serem considerados como “assunto elementar” de nível médio. Já no Ensino Médio, são evitados, sendo taxados de estranhos, de compreensão difícil e, sobretudo, inúteis.

Ao iniciar a apresentação do tema ficou evidente tal estranheza nos alunos apontada por Carneiro (2004), talvez pela proximidade do final do ano letivo e/ou as preocupações com vestibulares fizeram com que os discentes criassem resistência em discutir o assunto em sala de aula, o julgando, imediatamente após o início, como sendo “complicado”.

Porém, Carvalho e Lopes (2009, p. 3) apontam que

Essa inclusão no ensino da matemática e o uso da geometria no estudo dos números complexos se fazem importantes, considerando a história que deixa

claro a existência da aplicação desse conjunto numérico quando representado geometricamente. Portanto, fica claro que desde o primeiro contato com o assunto, o aluno precisa ter a oportunidade de entender o número complexo como ente geométrico, e não apenas como uma solução para raízes negativas das equações de segundo grau.

Sobretudo, a apresentação do tema e o desenvolvimento da multiplicação dos números complexos através da representação gráfica nos possibilitou facilitar o ensino e, consequentemente, o entendimento pelos discentes, pois trabalha como uma forma diferenciada de representação desses números, alinhando, assim, ao PCNEM (BRASIL, 2000, p. XXX) que nos diz que uma das finalidades do ensino de Matemática no ensino médio tem como objetivo “reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;”.

De acordo com Amorim (2014, p.57)

Com a utilização do software GeoGebra pode-se fazer a articulação algébrica e geométrica do número complexo de forma mais lúdica, permitindo ao estudante a compreensão de conceitos que muitas vezes são apresentados de forma abstrata e em muitos livros didáticos, de uma forma desconexa em relação a outros conteúdos matemáticos, o que torna este conteúdo sem sentido.

Percebendo, assim, a conexão com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018, p. 540) que diz que “para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível.”, o que justifica nossa escolha na utilização do software GeoGebra como ferramenta adicional na compreensão do tema trabalhado.

3. Metodologia

A proposta da atividade foi elaborada para que os alunos percebessem o significado geométrico da multiplicação de dois números complexos como movimento dos pontos no plano associados a esses números. Em específico, a atividade realizada com o auxílio do software GeoGebra permitiu que os alunos construíssem diferentes tipos de figuras obtidas por meio de segmentos cujas extremidades eram os pontos gerados sequencialmente no plano como resultado da multiplicação de n fatores de um mesmo número complexo.

Para a realização desse trabalho julgou-se importante que houvesse um momento para reforçar alguns conceitos já trabalhados em sala de aula sobre tal assunto. Portanto, antes da aplicação da atividade no laboratório de informática, foram retomados conceitos sobre a representação de complexos no plano Argand-Gauss bem como a conversão desse número da forma algébrica para a trigonométrica.



No laboratório de informática, os alunos receberam um roteiro para realização da construção que possibilitava obter diferentes figuras no plano por meio dos segmentos determinados pelos pontos que surgiam por consequência da multiplicação de n potências de um mesmo número complexo inicialmente fixado. A construção permitia que esse número inicialmente fixado fosse alterado, e conseqüentemente, novas figuras completamente diferentes poderiam ser geradas em função da mudança dos valores desse número.

No primeiro momento, enquanto apresentávamos os conceitos necessários para dar seqüência na atividade em laboratório, os alunos sentiram dificuldades em reconhecer que era possível representar os números complexos sob a forma trigonométrica, o que nos pareceu razoável, pois notamos que os discentes detinham dificuldades com vistas à trigonometria. Conforme avançávamos o tema e discorriamos alguns exemplos na lousa de como fazer essas transformações, os discentes foram entendendo a forma diferenciada de representatividade, mas surgiram dúvidas e questionamentos mais incisivos quando utilizamos a circunferência trigonométrica para dar suporte ao entendimento de seno e cosseno que se relacionam à forma trigonométrica do número complexo.

Notamos também muitas dúvidas sobre o número “pi” (π). Os alunos tiveram dificuldades em perceber por que o ângulo de 30° , 45° e 60° tinham como valores radianos os números $\pi/6$, $\pi/4$ e $\pi/3$, respectivamente. Sanadas essas dúvidas, percebemos uma melhora no entendimento do número complexo na forma trigonométrica.

Já no laboratório de informática, segundo momento da atividade, os alunos não encontraram dificuldades para seguirem o roteiro elaborado. Surgiram poucas dúvidas naqueles que não estavam familiarizados com o software, do tipo “onde está a caixa de ferramentas?”, “como selecionar a coluna A?”. Como fomos elaborando a construção em conjunto com discentes com a ajuda do projetor multimídia, a grande maioria obteve sucesso em finalizar a construção sem dificuldades.

Logo após a finalização e exploração da construção que foi permitida pelo software, finalizamos a aula com um questionário qualitativo no intuito de saber quais foram as impressões que a aula em sala e no laboratório geraram nos alunos. Também elaboramos um questionário para o preceptor avaliar a aula, pois, como orientador responsável, sua colaboração enriqueceu nossas perspectivas em vista de aplicações futuras da atividade aplicada.

No questionário para os alunos, perguntamos se eles haviam percebido, a partir da aula em sala (primeiro momento), qual era a distância do ponto trabalhado até a origem, se o GeoGebra havia contribuído na compreensão do significado geométrico do número complexo

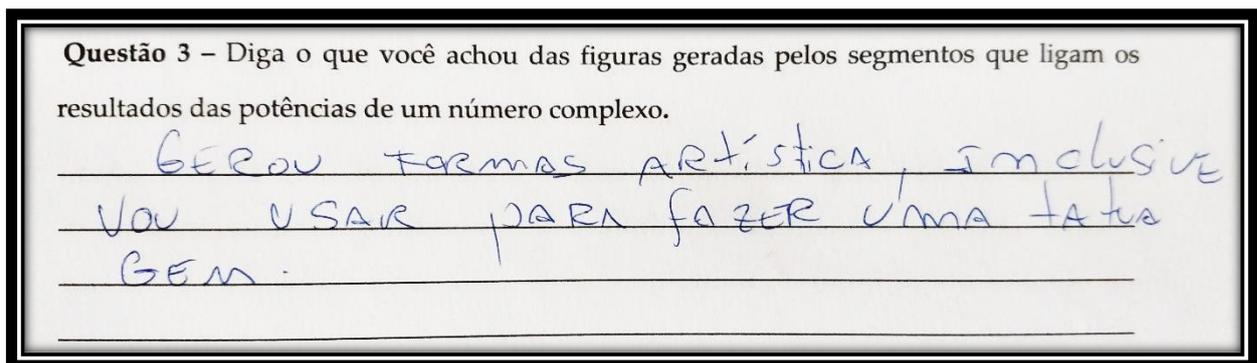
e quais foram as impressões que tiveram com relação as figuras geradas no software. Ao preceptor perguntamos se a sequência didática elaborada havia facilitada a compreensão do assunto, sua opinião sobre a atividade realizada com o auxílio do software e se a regência ministrada contribuiu com sua prática docente enquanto preceptor.

4. Discussão e resultados

Analisando os questionários entregues pelos alunos, percebemos que 67% perceberam claramente qual seria a distância do número complexo até a origem e 33% responderam que perceberam qual seria essa distância, mas que tiveram dificuldades em perceber o ângulo que esse número forma com o eixo x . 100% dos alunos apontaram que o software auxiliou completamente na compreensão do significado geométrico do número complexo.

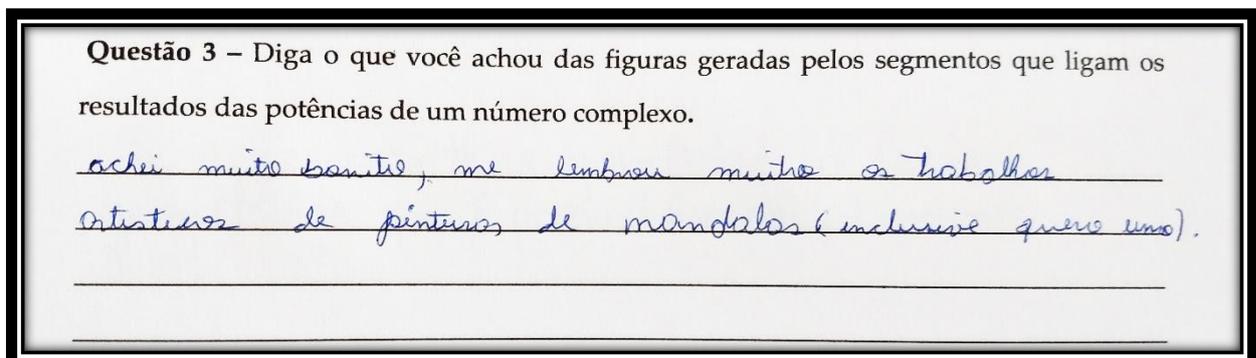
Com relação a impressão das figuras geradas, apresento algumas figuras que compreendem a resposta apresentada pelos alunos:

Figura 1



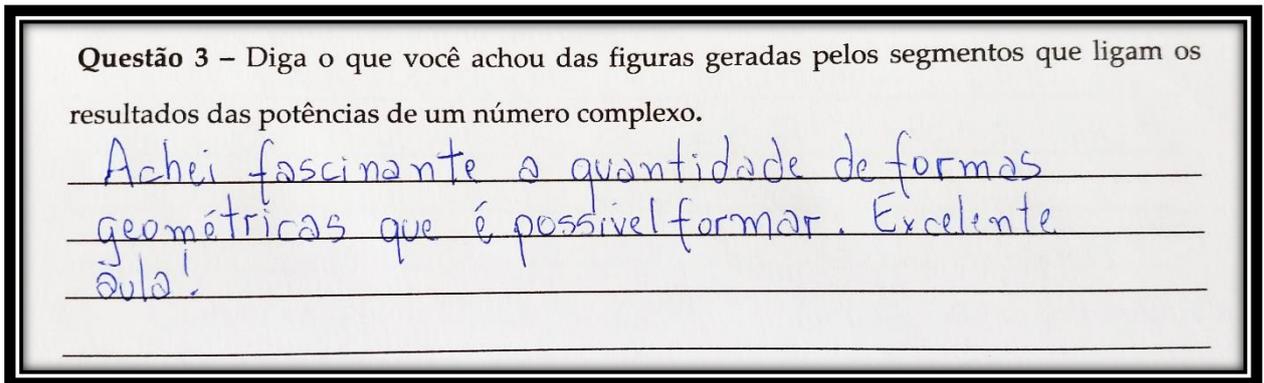
Fonte: acervo dos autores.

Figura 2



Fonte: acervo dos autores.

Figura 3



Fonte: acervo dos autores.

Com relação a percepção do preceptor sobre a atividade, o professor considerou que a sequência didática elaborada facilitou a compreensão do assunto pelos alunos, pois a aplicação da segunda etapa no laboratório de informática ajudou a atingir esse objetivo. Também, se posicionou favorável a utilização do software GeoGebra como ferramenta de ensino-aprendizagem, apontando que a atividade agregou novas formas de abordagem do tema em sua prática docente.

5. Considerações Finais

No que tange nossa percepção acerca da aprendizagem dos alunos, notamos que houve um interesse diferenciado no laboratório de informática quando os discentes estiveram frente ao computador, em um ambiente diferenciado de aprendizagem, uma vez que, segundo Galterio e Rodrigues (2013, p. 609) afirmam que “A escola como instância de socialização e transmissão de conhecimentos culturais é responsável pelo processo de formação dos estudantes e deve disponibilizar espaços interativos de forma que a educação seja significativa para todos os atores envolvidos.”.

Pudemos, então, confirmar, por meio da regência, que é possível agregar aprendizagens significativas quando nos aproximamos do lúdico ao utilizar espaços diferenciados. (AMORIM, 2014).

Entretanto, percebemos com o decorrer da atividade que existem deficiências no aprendizado dos alunos principalmente quando adentramos no hemisfério trigonométrico, seus questionamentos mostraram resistência de aprendizagem quando observaram que a forma trigonométrica do número complexo continha seno e cosseno, porém, com a ajuda da circunferência trigonométrica e alguns exemplos de soma de fração que representamos na lousa, os discentes foram se adaptando e conseguindo interpretar essa forma de representação.

Concluimos que existem caminhos que podem ser traçados para a busca de um aprofundamento teórico do tema discutido sem que haja resistência e estranhamento por parte dos alunos na busca por aprendizagens significativas.

6. Referências

AMORIM, T. M. **O estudo dos números complexos no ensino médio**: uma abordagem com a utilização do geogebra. 2014. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.

CARNEIRO, J. P. A geometria e o ensino dos números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, x. VIII, 2004, Recife. **Anais do VIII ENEM**. 2004. p. 1-12.

CARVALHO, D. G.; LOPES, Alice P. C. . Aprendizagem de Números Complexos Como Entes Geométricos. In: IV JORNADA UNISUL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (JUNIC) e IV Seminário de Pesquisa - 2009, Palhoça/SC. **Anais...** – 2009.

GALTÉRIO, V. L. B.; RODRIGUES, S. C. Os Ambientes de Aprendizagem possibilitando transformações no ensinar e no aprender. **Revista Brasileira de Estudo Pedagógico**. Brasília, v. 94, n. 237, p. 603-618, maio/ago. 2013.